

El análisis econométrico del enfoque de equilibrio general de los ciclos económicos*

Finn E. Kydland**

Universidad de Carnegie-Mellon

Edward C. Prescott**

Federal Reserve Bank de Minneapolis y
Universidad de Minnesota

A principios de siglo, institucionalistas americanos y miembros de la escuela histórica alemana atacaron —con razón— la teoría económica neoclásica por no ser cuantitativa. Esta deficiencia molestó a Ragnar Frisch y le animó, junto con Irving Fisher, Joseph Schumpeter y otros, a organizar la *Econometric Society* en 1930. El espíritu de la sociedad era fomentar el desarrollo de la teoría económica cuantitativa, es decir, el desarrollo de lo que Frisch denominó *econometría*. Poco después de sus comienzos, la sociedad inició la publicación de la revista *Econometrica*. Frisch fue el primer editor de la revista, y ocupó este puesto durante veinticinco años.

En su declaración editorial de presentación del primer número de *Econometrica* (1933), Frisch deja claro que su motivación para iniciar la *Econometric Society* era «la unificación de los estudios teóricos y empíricos en economía (pág. 1). Según él, lo importante es esta unificación de la estadística, la teoría económica y las matemáticas. Frisch menciona la desproporcionada cantidad de datos estadísticos de los que se empezaba a disponer en aquel tiempo, y afirma que con el objeto de no perderse «necesitamos la orientación y la ayuda de un marco teórico poderoso. Sin esto, no será posible la interpretación y coordinación significativa de nuestras observaciones» (*ibid.*, pág. 2).

Frisch habla con elocuencia sobre la interacción entre teoría y observación cuando dice que «la teoría, al formular sus conceptos cuantitativos abstractos, debe inspirarse en mayor grado en la técnica de la observación. Además, los nuevos estudios sobre estadística y hechos observables deben ser el elemento

* Traducción de Fernando Martín Aymerich.

** Agradecemos los útiles comentarios de Javier Díaz-Giménez de una versión anterior. Esta investigación fue financiada en parte mediante una beca de la National Science Foundation. Un borrador inicial de este artículo se presentó en la Conferencia: «New Approaches to Empirical Research in Macroeconomics», mayo de 1990, Ebeltoft, Dinamarca.

Las opiniones expresadas en este artículo son las de los autores y no necesariamente las de la Federal Reserve Bank de Minneapolis o las del Federal Reserve System.

catalizador de perturbación que constantemente amenaza e inquieta al teórico y le impide detenerse en algún conjunto de restricciones heredadas y obsoletas» (*ibid.*). Frisch continúa diciendo que «esta mutua interpenetración entre la teoría económica cuantitativa y la observación estadística es la esencia de la econometría (*ibid.*, pág. 2).

Resumiendo la postura de Frisch, la econometría no es más que teoría neoclásica cuantitativa basada en hechos.

Cuarenta años después de fundar la *Econometric Society*, Frisch (1970) revisó la situación de la econometría. En esta revisión, discute lo que él considera que es «el genuino análisis econométrico» (pág. 163), y da cuatro ejemplos de este análisis. Ninguno de estos ejemplos implica la estimación y la comprobación estadística de algún modelo. Ninguno supone un intento de descubrir alguna relación verdadera. Todos ellos utilizan un modelo, que es una abstracción de la compleja realidad, para abordar alguna cuestión bien definida.

Es interesante observar que Frisch, en su declaración editorial de 1933, anunció que cada año *Econometrica* publicaría cuatro ensayos sobre «los desarrollos significativos en los principales campos de interés para el econométra» (*ibid.*, pág. 3). Estos campos eran la teoría económica general (incluyendo la economía pura), la teoría del ciclo económico, la técnica estadística y, por último, la información estadística. Resulta sorprendente que la teoría del ciclo económico estuviera incluida en esta lista de los principales campos de interés para los econométras. Los ciclos económicos eran, al parecer, un fenómeno de gran interés para los fundadores de la *Econometric Society*.

El famoso y pionero trabajo de Frisch (1933), que aparece en el volumen de Cassel, aplica el enfoque econométrico, que él apoya, al estudio de los ciclos económicos. En este artículo, hace una clara distinción entre los orígenes de los shocks, por una parte, y la propagación de los shocks, por otra. El principal mecanismo de propagación que sugiere comienza con el capital y actividades de construcción de capital, siendo ambas características de la función de producción. Frisch considera las implicaciones para la duración y la amplitud de los ciclos en un modelo que él calibra utilizando datos micro disponibles para seleccionar los valores numéricos de los parámetros. El considerar la tecnología productiva con acumulación de capital un elemento central de la teoría tiene su paralelo en la moderna teoría del crecimiento.

Existen otros muchos artículos desde los años treinta que estudian los modelos de ciclos económicos. En estos artículos, sin embargo, y en aquellos de los años cuarenta y cincuenta, se realizaron pocos progresos más allá de lo que Frisch ya había hecho. La razón principal fue que aún debían desarrollarse las herramientas teóricas esenciales, en especial la teoría del equilibrio general de Arrow-Debreu, la teoría de la decisión estadística, la moderna teoría del capital y los métodos recursivos. Aun no se disponía de las modernas computadoras electrónicas necesarias para computar los procesos de equilibrio de los modelos económicos dinámicos estocásticos. Solamente después de que se produjera este hecho, pudo llevarse a cabo la visión de Frisch.

En este artículo, pasamos revista al desarrollo de la teoría econométrica del ciclo económico, con un especial énfasis en el enfoque de equilibrio general (que se desarrolló más tarde). Para este desarrollo fue crucial la elaboración sistemá-

tica de las cuentas nacionales de ingreso y producto, junto con series temporales de inputs y outputs agregados del sector empresarial. La sección 1 hace un repaso de este importante desarrollo en estudios objetivos. En la sección 2 repasamos lo que llamamos el enfoque de la teoría del ciclo económico con sistemas de ecuaciones. Con este enfoque, una teoría del ciclo económico es un sistema de ecuaciones dinámicas que se han medido utilizando las herramientas de la estadística.

La sección 3 es una revisión del enfoque de equilibrio general de la teoría del ciclo económico. Los modelos de equilibrio general incorporan agentes que tienen preferencias y tecnologías y utilizan algún mecanismo de asignación. La diferencia crucial entre los enfoques de equilibrio general y de sistemas de ecuaciones es qué se considera invariante y en torno a qué organizamos nuestro conocimiento empírico. En el enfoque de sistemas de ecuaciones, son las ecuaciones de comportamiento las que son invariantes y las que se miden. En el enfoque de equilibrio general, por otra parte, lo que se mide es la disponibilidad y la habilidad de los agentes en sustituir. En la sección 4 mostramos la aplicación de los análisis econométricos del enfoque de equilibrio general para resolver cuestiones cuantitativas específicas del estudio de los ciclos económicos. La sección 5 incluye algunos comentarios finales.

1. Cuentas nacionales de ingreso y producción

Un avance importante en economía son las cuentas nacionales de ingreso y producción de Kuznets-Lindhal-Stone. Junto con las mediciones de inputs agregados del sector empresarial, estas cuentas son las series temporales agregadas que virtualmente definen el campo de la macroeconomía, el cual consideramos relacionado con las fluctuaciones del crecimiento y de los ciclos económicos. El sistema de contabilidad nacional de Kuznets-Lindhal-Stone está muy conectado con el enfoque de equilibrio general, ya que están presentes tanto el sector privado como el empresarial, con medidas de los factores productivos del sector empresarial y de los bienes producidos por el sector empresarial, así como medidas de los factores de ingreso y gasto en productos.

El examen de estas series temporales revela algunas regularidades interesantes, en particular una serie de ratios que permanecen más o menos constantes. Estos factores de crecimiento condujeron a Robert Solow a desarrollar un modelo de crecimiento neoclásico que racionaliza de una manera simple y elegante estos factores. La estructura de Solow no fue, sin embargo, enteramente neoclásica, puesto que las decisiones de consumo-ahorro estaban determinadas, en vez de ser el resultado del comportamiento maximizador sujeto a restricciones. Mediante la endogeneización de las decisiones de consumo-ahorro, el modelo de crecimiento de Solow sí es plenamente neoclásico, ya que los agentes maximizan sujetos a restricciones y a mercados que se vacían. Se puede utilizar esta estructura para generar series temporales del ingreso y de la producción nacional.

Los datos agregados presentan otras características de interés para los economistas, tales como los movimientos más volátiles en las series temporales.

Durante los años cincuenta y sesenta, la teoría neoclásica no evolucionó lo suficiente como para permitir a los economistas construir modelos computables de equilibrio general con fluctuaciones. A falta de las herramientas necesarias, los economistas adoptaron un enfoque empírico y buscaron leyes que explicaran el movimiento de esas variables. Esperaban que de este procedimiento de búsqueda resultaran leyes empíricamente determinadas que, con el tiempo, se racionalizaran dentro del paradigma neoclásico. En las ciencias naturales, por ejemplo, las leyes determinadas empíricamente a menudo se han sistematizado racionalmente a un nivel teórico más profundo, y se esperaba que lo mismo ocurriría en la macroeconomía. En la sección siguiente hacemos un breve repaso del análisis econométrico de esta aproximación a las fluctuaciones del ciclo económico.

2. El enfoque del sistema de ecuaciones

Tjalling Koopmans, que estuvo influido por Frisch y a quien se le puede considerar incluso como uno de sus estudiantes, abogó enérgicamente al final de la década de los cuarenta por lo que él denominó el enfoque econométrico de las fluctuaciones del ciclo económico. En ese tiempo, era el único enfoque econométrico. El enfoque de equilibrio general sobre el estudio de los ciclos económicos todavía tenía que desarrollarse. Pero, dado que el enfoque del que Koopmans era partidario ya no es el único, se necesita otro nombre para él. Como las ecuaciones son invariantes y medibles, denominamos a este enfoque el enfoque de sistema de ecuaciones.

En los años treinta, existían una serie de modelos o teorías del ciclo económico. Estas teorías, lógicamente completas, eran un conjunto dinámico de ecuaciones en diferencia que podían utilizarse para generar series temporales de las variables agregadas que sean de interés. Ejemplos notables son el modelo de Frisch en el volumen de Cassel, las sugerencias de Tinbergen (1935) sobre los ciclos económicos cuantitativos y el modelo del multiplicador-acelerador de Samuelson (1939). Un problema de esta clase de modelos es que el comportamiento cuantitativo de los modelos dependía de los valores de los coeficientes de las variables incluidas en las ecuaciones. Como señala Haberler (1949) en su comentario al artículo de Koopmans (1949), el stock de los modelos (teorías) cíclicos es extraordinariamente amplio: dadle a cualquier estudiante de segundo año «un par de retardos y condiciones iniciales y construirá sistemas que muestran oscilaciones regulares, amortiguadas o explosivas, ... como se quiera» (pág. 85). La teoría pura no estaba ofreciendo suficiente disciplina, de tal forma que no sorprende el que Koopmans fuera partidario del uso de la disciplina estadística para desarrollar una teoría de las fluctuaciones económicas.

Modelos de sistemas de ecuaciones

Como señala Koopmans (1949, pág. 64), las características principales de los modelos de sistemas de ecuaciones son las siguientes: primero, sirven como

ejercicios teóricos y experimentos; segundo, las variables que se tratan son macromagnitudes agregadas, tales como el consumo global, el stock de capital, el nivel de precios, etc. Tercero, los modelos son «lógicamente completos, es decir, están formados por un número de ecuaciones que es igual al número de variables cuyo comportamiento en el tiempo se pretende explicar». Cuarto, los modelos son dinámicos, con unas ecuaciones que determinan los valores actuales de las variables dependiendo no sólo de los valores actuales de otras variables sino también de los valores de los stocks de capital al principio del periodo y de variables retardadas. Quinto, los modelos contienen, a lo sumo, cuatro clases de ecuaciones, que Koopmans denomina ecuaciones estructurales. La primera clase de ecuaciones son las identidades. Estas son válidas en virtud de la definición de las variables que se manejen. La segunda clase de ecuaciones son las normas institucionales, como, por ejemplo, los sistemas fiscales. La tercera clase son las restricciones tecnológicas vinculantes, es decir, las funciones de producción. La última clase son lo que Koopmans llama ecuaciones de comportamiento, que representan la respuesta de los grupos de individuos o empresas a un entorno económico común. Ejemplos de ello son una función de consumo, una ecuación de inversión, una ecuación de salarios, una función de demanda de dinero, etc. Un modelo que se enmarque dentro de este esquema es un sistema de ecuaciones. Otro requisito, además de que el número de variables sea igual al número de ecuaciones, es que el sistema tenga una única solución. Una última condición es que se satisfagan todas las identidades que surgen por el sistema de contabilidad de las variables para la solución del sistema de ecuaciones; es decir, la solución debe implicar un conjunto consistente de cuentas nacionales de ingreso y producto.

Medida estadística de las ecuaciones

El comportamiento de estos modelos depende crucialmente de las magnitudes numéricas de los coeficientes de las variables y de los retardos temporales. Esto conduce a intentos por estimar estos parámetros utilizando series temporales de las variables que se están modelizando. Dado que la estimación de estos coeficientes es un ejercicio estadístico, necesitamos también un modelo de probabilidad. Con este propósito, añadimos un vector de perturbaciones residuales aleatorias, con un componente para cada ecuación de comportamiento. Para que el enfoque estadístico sea completo, debemos especificar hasta algún conjunto de parámetros la distribución de probabilidad de este vector de perturbaciones. Solamente entonces se pueden aplicar los métodos estadísticos para estimar los coeficientes de las ecuaciones de comportamiento y los parámetros de la distribución de perturbaciones. El punto crucial es que las ecuaciones del modelo macroeconómico son el principio organizador del enfoque del sistema de ecuaciones. Lo que se mide es el valor de los coeficientes de las ecuaciones. El criterio que guía la selección de los valores de los coeficientes es, esencialmente, la capacidad del sistema resultante de ecuaciones para imitar las series temporales históricas. La cuestión de cuál conjunto de ecuaciones se va a estimar se establece de una manera similar. El criterio que

guía la selección de ecuaciones es, en gran medida, hasta qué punto un conjunto particular puede imitar a los datos históricos. De hecho, en los años sesenta un estudiante de las fluctuaciones del ciclo económico tenía éxito si su ecuación de comportamiento particular mejoraba la bondad del ajuste de una ecuación establecida actualmente y, por tanto, la reemplazaba.

El auge y caída del enfoque del sistema de ecuaciones

Con la aparición del consenso sobre la estructura del sistema de ecuaciones que describía mejor el comportamiento de la economía agregada, el enfoque defendido por Koopmans se convirtió en dominador absoluto durante los años sesenta. Esto queda bien reflejado en el siguiente comentario de Solow, citado por Brunner (1989, pág. 197):

«Creo que la mayoría de los economistas tienen la sensación de que la teoría macroeconómica a corto plazo se domina perfectamente... Las ideas generales básicas de la teoría dominante no han cambiado durante años. Lo único que falta es el trabajo trivial de rellenar los cajones vacíos (los parámetros que se van a estimar), y esto no llevará más de cincuenta años de esfuerzos concentrados al máximo.»

El dominio de este enfoque macroeconómico de sistema de ecuaciones no duró mucho. Una razón de su fallecimiento fue el espectacular fallo de predicción del enfoque. Como ponen de manifiesto Lucas y Sargent (1978), en 1969 estos modelos pronosticaron que la alta tasa de desempleo estaría asociada con baja inflación. Contrariamente a esta predicción, en los años setenta se observó una combinación de alto desempleo conjuntamente con elevada inflación. Otra razón del derrumbe de este enfoque fue el reconocimiento general de que las ecuaciones de comportamiento de política invariantes son inconsistentes con el postulado de maximización en situaciones dinámicas. La razón principal para el abandono del enfoque del sistema de ecuaciones fue, sin embargo, los avances que se produjeron en la teoría neoclásica, que permitieron la aplicación del paradigma en situaciones estocásticas dinámicas. Una vez que se dispuso de las herramientas neoclásicas necesarias para modelizar las fluctuaciones del ciclo económico, se hizo inevitable su aplicación a este problema y su predominio sobre cualquier otro método.

3. El enfoque de equilibrio general

Durante los años cincuenta y sesenta se desarrolló un marco teórico potente que se fue construyendo en base a los avances en la teoría del equilibrio general, la teoría de la decisión estadística, la teoría del capital y los métodos recursivos. La teoría de la decisión estadística proporcionó un marco lógicamente consistente para la maximización en un entorno estocástico dinámico. Esto era lo que se necesitaba para extender la teoría neoclásica, con su condición de maximiza-

ción, a esos entornos. Otro avance crucial fue la extensión de la teoría del equilibrio general a los modelos dinámicos estocásticos, con la, por entonces, simple e importante intuición de que los bienes podían clasificarse no solamente por clases sino también por fechas y acontecimientos. Esta importante intuición la elaboraron Arrow y Debreu (1954), quienes tuvieron como notables precursores los trabajos de Hicks (1939) y, especialmente, de Lindhal (1929), quien previamente había extendido de una manera efectiva la teoría competitiva a los entornos dinámicos. Posteriormente, se desarrollaron los métodos recursivos con su estructura markoviana. Estos métodos simplificaron la utilización de este marco dinámico y, en particular, su extensión al análisis estocástico de equilibrio general (véase, por ejemplo, Stokey y Lucas, 1989).

Quizás tan importante como el desarrollo de las herramientas para llevar a cabo el análisis agregado de equilibrio general fue el acceso a datos sobre cuentas nacionales de ingreso y producto mejores y más sistemáticos. En su revisión de la teoría del crecimiento, Solow (1970) enumera los factores claves del crecimiento que guiaron su investigación sobre la teoría del crecimiento en los años cincuenta. Estos factores del crecimiento eran la relativa estabilidad de la participación de la inversión y el consumo en el ingreso, la relativa estabilidad de las participaciones del trabajo y el capital, el continuo crecimiento del salario real y de la producción per cápita, y la ausencia de una tendencia en el rendimiento del capital. Solow (1956), con una contribución original y de gran influencia, desarrolló un modelo económico simple que daba cuenta de estos factores. La clave de esta primera teoría era la función de producción neoclásica, que es una parte del lenguaje del equilibrio general. Posteriormente, el centro de atención se trasladó a las preferencias, con la importante constatación de que el resultado del modelo de crecimiento óptimo de Cass-Koopmans podría interpretarse como el equilibrio de una economía competitiva en la cual el consumidor típico maximiza su utilidad, y los mercados, tanto de factores como de productos, siempre se vacían.

Modelos de equilibrio general

Por equilibrio general entendemos un marco teórico en el que existe una situación estable y consistente del sector de las economías domésticas y del sector empresarial. Para responder a algunas cuestiones, se debe incluir también un sector público, que está sujeto a su propia restricción presupuestaria. Un modelo dentro de este marco se especifica en términos de los parámetros que caracterizan las preferencias, la tecnología, la estructura de información y las disposiciones institucionales. Son estos parámetros los que van a ser medidos, y no algún conjunto de ecuaciones. El lenguaje de equilibrio general ha venido a ser dominante en la teoría del ciclo económico, de igual forma que anteriormente lo fue en la hacienda pública, comercio internacional y crecimiento. Este marco es muy adecuado para ofrecer respuestas cuantitativas de interés para el estudiante del ciclo económico.

Una de estas cuestiones importantes, que ha ocupado a los teóricos del ciclo económico desde los tiempos de Frisch y Slutsky, es cómo determinar qué

fuentes de shocks dan lugar a ciclos de las magnitudes que observamos. Para facilitar respuestas convincentes a ésta y a otras cuestiones similares, se necesita hacer abstracciones que describan la capacidad y disponibilidad de los agentes para sustituir bienes, tanto intertemporal como intratemporalmente, y mediante las cuales se pueda aplicar la información estadística u objetiva. Una de estas abstracciones es el modelo de crecimiento neoclásico. Este modelo ha demostrado ser útil para explicar acontecimientos seculares. Para comprender los ciclos económicos, contamos con la misma capacidad y disponibilidad de los agentes para sustituir bienes que se utilizan para explicar el crecimiento económico. Estamos ahora más capacitados que Frisch hace cincuenta años para calibrar los parámetros de la tecnología de producción agregada. La riqueza de los estudios sobre el modelo de crecimiento nos han mostrado el camino. Para explicar los factores del crecimiento, puede ser legítimo hacer abstracción de la asignación temporal entre las actividades de mercado y fuera del mercado. Sin embargo, para explicar los factores del ciclo económico la asignación temporal es crucial. Así, se necesitan buenas medidas de los parámetros de la tecnología doméstica para que la teoría aplicada del ciclo económico proporcione respuestas de confianza.

El análisis econométrico del enfoque de equilibrio general

El análisis econométrico del enfoque de equilibrio general fue desarrollado, en primer lugar, para analizar modelos deterministas estáticos o de estado estacionario. Los pioneros de este enfoque son Johansen (1960) y Habberger (1962). Este marco teórico fue ampliamente mejorado por Shoven y Whalley (1972), quienes se fundamentaron en el trabajo de Scarf (1973). El desarrollo de este enfoque se vio impedido por el requerimiento de que exista un conjunto de funciones de exceso de demanda, que se resuelven para hallar las asignaciones de equilibrio. Esto requería que las estructuras de preferencia y tecnología tuvieran formas muy especiales para las que existían funciones de oferta y demanda con forma explícita. Quizás estos autores estaban aún bajo la influencia del enfoque del sistema de ecuaciones y pensaban que un modelo tenía que ser un sistema de funciones de oferta y demanda. Estos autores no disponían de las series temporales necesarias para estimar estas ecuaciones. Dado que no podían estimar las ecuaciones, calibraron su modelo de economía de forma que su equilibrio estático reproducía las cuentas sectoriales nacionales de ingreso y producción con una base anual. En su calibración, utilizaron estimaciones de los parámetros de elasticidad obtenidos en otros estudios.

Su enfoque no es adecuado para modelizar el equilibrio general de fluctuaciones económicas porque la dinámica y la incertidumbre son cruciales para cualquier modelo que intente estudiar los ciclos económicos. Para aplicar métodos de equilibrio general al estudio cuantitativo de las fluctuaciones del ciclo económico necesitamos métodos para computar los procesos de equilibrio de economías estocásticas dinámicas, y métodos específicos para el modelo de economía de crecimiento estocástico. La teoría recursiva competitiva y el uso de economías lineales cuadráticas son métodos que han demostrado ser particular-

mente útiles. Estas herramientas hacen posible computar los procesos estocásticos de equilibrio de una amplia clase de modelos de economía. El problema econométrico surge en la selección de los modelos de economía a estudiar. Sin algunas restricciones, prácticamente cualquier proceso lineal estocástico sobre las variables puede ser racionalizado como el comportamiento de equilibrio de algún modelo de economía de esta clase. El problema econométrico clave es utilizar observaciones estadísticas para seleccionar los parámetros de una economía experimental. Una vez que se han seleccionado estos parámetros, la parte central del análisis econométrico de la aproximación de equilibrio general a los ciclos económicos en el experimento de computación. Este es el vehículo mediante el cual la teoría se hace cuantitativa. Los experimentos deben llevarse a cabo en el marco de un modelo económico apropiado capaz de abordar la cuestión cuya respuesta estamos buscando. Los principales pasos a seguir en el análisis econométrico son los siguientes: definir la cuestión; establecer el modelo; calibrar el modelo; y exponer los resultados.

Cuestión

Para empezar, debemos definir claramente la cuestión a estudiar. Por ejemplo, en algunos de nuestros propios estudios hemos intentado cuantificar la contribución de los cambios en un parámetro tecnológico, también llamados residuos de Solow, como fuente de los ciclos económicos en el periodo de posguerra en USA. Volveremos posteriormente. La cuestión concreta que nos preguntamos es cuánta variación de la actividad económica agregada hubiera habido si los shocks de tecnología fueran la única fuente de variación. Enfatizamos que el análisis econométrico, esto es, análisis teórico cuantitativo, únicamente puede ser valorado en relación a su capacidad para abordar una cuestión bien definida. Ésta es una deficiencia habitual de la modelización económica. Cuando la cuestión no se plantea de una manera suficientemente clara, el modelo económico es criticado por no ser conveniente para responder a esta cuestión, ya que el modelo no fue diseñado para responder a esta cuestión.

El modelo económico

Para abordar una cuestión específica, típicamente se necesita un modelo de economía apropiado para contestar esta cuestión. Además de tener una clara definición de la cuestión, el que sea un modelo tratable y computable es esencial para determinar si el modelo es adecuado. La selección del modelo económico depende de la cuestión que nos preguntemos. La selección del modelo económico no debe depender de la respuesta obtenida. Tiene poco sentido investigar algunas clases paramétricas de economías buscando la que mejor se adapta a algún conjunto de series temporales agregadas. Al contrario que el enfoque del sistema de ecuaciones, no se hace ningún intento por determinar el modelo verdadero. Todos los modelos de economías son abstracciones y son, por definición, falsos.

Calibración

El modelo tiene que ser calibrado. La información necesaria se puede obtener a veces de los datos sobre individuos o sobre familias. Un ejemplo de esta información es la fracción media del tiempo discrecional empleado en la actividad de mercado de los miembros de las familias que son, o que potencialmente son, participantes reales en el mercado laboral. En otros muchos casos, la información necesaria se puede obtener fácilmente de la información agregada de los ciclos no económicos. Ello exige a menudo el computar algunas medias simples, tales como relaciones de crecimiento entre agregados. Éste es el caso de los ratios del output de existencias y del output del capital, y las fracciones a largo plazo de los diversos componentes del PNB respecto al output total, entre otros.

En algunos casos, la historia ha proporcionado experiencias de precios suficientemente dramáticas que podemos utilizar para determinar con un gran nivel de confianza una elasticidad de sustitución. En el caso del trabajo y el capital como inputs en la función de producción económica agregada, y también en el caso del consumo y el ocio como inputs en la producción de las familias, el gran incremento en el salario real durante varias décadas en relación con los precios del otro input, junto con el conocimiento acerca de lo que ha ocurrido a las participaciones en el gasto de los respectivos inputs, proporciona este tipo de información. Debido a que el lenguaje que se utiliza en estos modelos de ciclos económicos es el mismo que el que se utiliza en otras áreas de la economía aplicada, los valores de los parámetros comunes deberían ser idénticos entre distintas áreas, y típicamente los investigadores que han trabajado en estas otras áreas los han medido. Se puede argumentar que el análisis econométrico de los ciclos económicos descrito aquí no tiene por qué restringirse a los modelos de equilibrio general. De hecho, es en la etapa de la calibración donde la fuerza del enfoque de equilibrio general se muestra más potente. La insistencia en la consistencia interna implica que los modelos de los sectores doméstico y empresarial parametrizados parsimoniosamente muestran un comportamiento dinámico enriquecido mediante la sustitución intertemporal resultante de las acumulaciones de capital y otras fuentes.

Experimentos de computación

Una vez que el modelo ha sido calibrado, el siguiente paso consiste en realizar un conjunto de experimentos de computación. Si todos los parámetros pueden ser calibrados con un gran nivel de exactitud, necesitaremos entonces pocos experimentos. En la práctica, normalmente se requieren unos cuantos experimentos con el fin de conseguir una medida del nivel de confianza de la respuesta a la pregunta que se investiga. A menudo ocurre que la respuesta a la pregunta que se investiga es robusta ante variaciones notables en algún conjunto de parámetros y la respuesta es concreta incluso aunque pueda haber un gran nivel de incertidumbre en esos parámetros. En otras ocasiones, sin

embargo, no ocurre esto y sin una mejor medida de los parámetros, la teoría sólo puede limitar la respuesta cuantitativa con un intervalo muy amplio.

Resultados

El último paso es plasmar los resultados. Se debe incluir una valoración cuantitativa de la precisión con la que se ha contestado a la pregunta. Para la pregunta mencionada anteriormente, la respuesta es una estimación numérica de la fracción de la variabilidad del output que hubiera permanecido si las variaciones en el crecimiento de los residuos de Solow fueran la única fuente de fluctuación agregada. La respuesta numérica a la pregunta que se investiga depende, por supuesto, del modelo. El aspecto de hasta qué punto estamos seguros de la respuesta econométrica es delicado, y no puede resolverse sólo computando alguna medida de hasta qué punto el modelo de la economía reproduce los datos históricos. El grado de confianza en la respuesta depende de la confianza que se tenga en la teoría económica que se utiliza.

4. Dos aplicaciones de la teoría del ciclo económico

Ilustramos el análisis econométrico del enfoque de equilibrio general de la teoría del ciclo económico con dos ejemplos. El primer ejemplo, debido a Lucas (1987) y a Imrohoruglu (1989), aborda la cuestión de cuantificar los costes de las fluctuaciones del ciclo económico. Una característica importante del enfoque cuantitativo de equilibrio general es que tiene en cuenta los estados cuantitativos explícitos de bienestar, algo que generalmente no era posible con el enfoque del sistema de ecuaciones que le precedía. El segundo ejemplo investiga la cuestión de cuán amplias serían las fluctuaciones del ciclo económico si los shocks tecnológicos fueran la única fuente de fluctuaciones. Esta cuestión es también importante desde el punto de vista de la política. Si estos shocks son cuantitativamente importantes, una implicación de la teoría es que una parte importante de las fluctuaciones del ciclo económico es un bien, y no un mal.

Los costes de las fluctuaciones del ciclo económico

La economía que utiliza Lucas para su evaluación cuantitativa es muy simple. Hay un agente único representativo y un proceso aleatorio de dotación del único bien de consumo. La función de utilidad es estándar, a saber, el valor descontado esperado de una función de utilidad con aversión relativa al riesgo constante. El comportamiento de equilibrio es simplemente consumir la dotación. Lucas determina cuánto consumo está el agente dispuesto a renunciar en cada periodo a cambio de la eliminación de todas las fluctuaciones en el consumo. Incluso con un parámetro de curvatura extremo de 10, encuentra que cuando el proceso de dotación es calibrado para el comportamiento del

consumo en USA, el coste por persona de las fluctuaciones del ciclo económico es menos de un 10 por 100 del consumo per cápita.

Este modelo hace abstracción de características importantes de la realidad. No hay ningún bien de inversión, y, por tanto, ninguna tecnología que transforme el bien del consumo a la fecha t en el bien de consumo a la fecha $t + 1$. Como los costes de las fluctuaciones son función de la variabilidad en el consumo y no en la inversión, la abstracción de la acumulación de capital es apropiada en relación a la cuestión que se investiga. Lo que importa para esta evolución es la naturaleza del proceso de equilibrio del consumo. Cualquier economía representada por un agente calibrada para este proceso ofrece la misma respuesta a la pregunta; por ello cobra sentido manejar la economía más simple cuyo proceso de consumo de equilibrio es el deseado. Esto es lo que hace Lucas. Al introducir la decisión de asignación temporal entre las actividades de mercado y de no mercado cambia la estimación, ya que el agente tendría la oportunidad de sustituir entre consumo y ocio. La introducción de estas oportunidades de sustitución supondría una reducción en el coste estimado de las fluctuaciones del ciclo económico, ya que el ocio se mueve contracíclicamente. Pero, dada la pequeña magnitud del coste de las fluctuaciones del ciclo económico, incluso en un mundo sin esta oportunidad de sustitución, y dado que la introducción de esta característica reduce la estimación de este coste, no hay ninguna necesidad de incluirlo.

En economías representadas por un agente, todos los agentes están sujetos a las mismas fluctuaciones en el consumo. Si existe heterogeneidad y se asigna todo el riesgo idiosincrásico eficientemente, los resultados de las economías con agentes representativos y heterogéneos coinciden. Éste no sería el caso si los agentes redujeran su consumo reteniendo activos líquidos, como es el caso de la teoría del ingreso permanente. Imrohoruglu (1989) examina si los costes estimados de las fluctuaciones del ciclo económico se incrementan significativamente si, como de hecho sucede, la gente modifica sus participaciones en activos líquidos con el fin de reducir su corriente de consumo. Esta autora modifica la economía de Lucas al introducir heterogeneidad y al dar acceso a cada agente a una tecnología que le permite transformar el consumo en la fecha t en consumo en la fecha $t + 1$. Dado que los tipos de interés reales fueron casi cero durante los cincuenta y tantos años que van desde 1933 hasta 1988, la naturaleza de la tecnología elegida es que una unidad de un bien hoy se puede transferir a una unidad del bien mañana. Calibra el proceso de las dotaciones individuales al proceso de consumo per cápita, a la variabilidad del ingreso anual entre los individuos y a las participaciones medias de activos líquidos, también entre los individuos. Para el modelo de economía que ella calibró, encuentra que el coste de la inflación es aproximadamente tres veces más grande que el obtenido en una economía con perfecta cobertura del riesgo idiosincrásico. Pero tres veces un número pequeño todavía es un número pequeño.

Shocks tecnológicos como fuente de fluctuaciones

Una fuente de shocks sugerida ya por Wicksell (1907) son las fluctuaciones del crecimiento tecnológico. En los años sesenta y setenta, esta fuente fue

descartada por muchos al considerar improbable que jugara un papel importante en el agregado. La mayoría de los investigadores aceptaron que podría haber una considerable variación en la productividad a nivel industrial, pero creían que los shocks a nivel industrial se cancelarían en el agregado. Durante los años ochenta, sin embargo, esta fuente de shocks se convirtió en objeto de renovado interés como fuente principal de fluctuaciones, apoyado en gran parte por la teoría económica cuantitativa. Así, la cuestión que se planteaba era cuánto hubiera fluctuado la economía norteamericana de la posguerra si los shocks tecnológicos fueran la única fuente de fluctuaciones agregadas.

A continuación, estudiamos la selección de un modelo de economía para abordar esta cuestión. En primer lugar, ampliamos el modelo de crecimiento neoclásico para incluir el ocio como argumento de la función de utilidad de las economías domésticas. Dado que más de la mitad de las fluctuaciones del ciclo económico se justifican por variaciones en el factor trabajo, es crucial introducir este elemento. Posteriormente, calibramos la versión determinista del modelo de forma que sus participaciones de consumo-inversión, participaciones de ingresos, ratios del output y capital, participaciones de tiempo en el mercado y en el ocio y las tasas de depreciación igualaran los valores medios para la economía norteamericana en el periodo de posguerra. En este análisis utilizamos estructuras con elasticidad constante. Como la incertidumbre es crucial para la cuestión, las consideraciones sobre la computación nos conducen a seleccionar una economía lineal-cuadrática cuyo comportamiento medio es el mismo que la economía calibrada determinista con elasticidad constante de sustitución.

Hicimos abstracción de consideraciones de hacienda pública y consolidamos los sectores público y privado. Introdujimos la condición de Frisch (1933) del tiempo para construir nuevo capital productivo. El periodo de construcción considerado era de cuatro periodos, convirtiéndose el nuevo capital en productivo sólo al final, pero utilizando los recursos durante toda su construcción. Dada la alta volatilidad del inventario de inversión, los stocks de inventarios se incluyeron como un factor de producción. Al utilizar la varianza de los residuos de Solow estimados por Prescott (1986) encontramos que la varianza del output del modelo económico es un 55 por 100 de la correspondiente varianza de la economía de USA en el periodo de posguerra.

En los primeros años ochenta, hubo mucha discusión entre la profesión sobre el grado de sustitución intertemporal agregada del ocio. La sensación era que esta elasticidad tenía que ser muy alta para que un modelo de mercado que se vacía explique la alta volatilidad y los movimientos procíclicos. Esta discusión bien pudiera haber comenzado con el famoso artículo de Lucas y Rapping (1969). Al darse cuenta de que la función de utilidad estándar implicaba una elasticidad de sustitución más bien baja, sugirieron la posibilidad de que las elecciones de ocio pasadas pudieran afectar directamente a la utilidad actual. Teniendo en cuenta ese punto de vista, consideramos también una función de utilidad no separable en el tiempo como una forma adecuada de introducir esta característica. Cuando consideramos retardos en el ocio, la estimación de cuán volátil hubiera sido la economía si los shocks tecnológicos fueran la única perturbación aumenta desde el 55 hasta casi el 70 por 100. Pero, hasta que no haya más evidencia empírica de esta estructura alternativa de preferencias,

creemos que las estimaciones obtenidas utilizando la economía con una función de utilidad separable en el tiempo son mejores. Al contrario que el enfoque del sistema de ecuaciones, el modelo de economía que mejor se ajusta a los datos no es el que se utiliza. Por contra, la teoría actualmente establecida dictamina cuál se utiliza.

Probablemente el supuesto más cuestionable de esta teoría, dada la cuestión que se plantea, es el de trabajadores homogéneos, junto con la implicación adicional de que toda la variación en horas ocurre bajo la forma de cambios en horas por trabajador. De acuerdo con los datos de la economía estadounidense, únicamente una tercera parte de las fluctuaciones trimestrales en horas son de esta forma, mientras que las otras dos terceras partes provienen de cambios en el número de trabajadores (Kydland y Prescott, 1989, cuadro 1).

Esta observación condujo a Hansen (1985) a introducir la indivisibilidad del trabajo de Rogerson (1988) en un modelo del ciclo económico. En el mundo de Hansen, todas las fluctuaciones en horas son de la forma de variación en el empleo. Para tratar la aparente no convexidad que surge de la condición de trabajo indivisible, el problema se hace convexo al asumir que los puntos de bienes son contratos en los que a cada agente se le paga la misma cantidad con independencia de que ese agente trabaje o no, y un sistema aleatorio de lotería elige quién trabaja de hecho en cada período. Hansen encuentra que con esta indivisibilidad del trabajo su modelo de economía fluctúa tanto como lo hacía la economía USA. Nuestro punto de vista es que, con la condición extrema de únicamente fluctuaciones en el empleo, Hansen sobrestima la cantidad de fluctuaciones agregadas explicada por los residuos de Solow de la misma forma que nuestra condición, igualmente extrema, de únicamente fluctuaciones en horas por trabajador nos conducía a una subestimación.

En Kydland y Prescott (1989), el mayor avance sobre la versión de 1982 del modelo de economía es el permitir la variación tanto en el número de trabajadores como en el número de horas por trabajador. El número de horas que opera una planta en cualquier período dado es endógeno. El modelo considera también al trabajo como un factor cuasi fijo al suponer costes de entrada y salida de trabajadores en el sector empresarial. Así, en este modelo se da lo que nosotros interpretamos que es acumulación laboral.

Sin el coste de entrada y salida de trabajadores del mercado laboral, resulta que una propiedad del equilibrio es que todas las variaciones en horas son de la forma de cambios en el empleo, y ninguna de ellas en horas por trabajador. En este sentido, es similar al modelo de Hansen (1985). Para esta economía sin costes de traslado la estimación es que los residuos de Solow explican aproximadamente el 90 por 100 de la variación agregada del output. Para esta economía con costes de traslado, calibramos de forma que las variaciones relativas en horas por trabajador y número de trabajadores concordaran con los datos de USA. Con este grado de acumulación laboral, la estimación de la fracción del ciclo explicada por los residuos de Solow se reduce al 70 por 100.

Una crítica muy extendida y equivocada de nuestros estudios econométricos (por ejemplo, McCallum, 1989) es que la correlación entre la productividad del trabajo y el factor trabajo es casi uno para nuestro modelo económico, cuando en realidad es aproximadamente cero para la economía USA de la posguerra. Si

hubiésemos encontrado que los shocks de tecnología explican casi todas las fluctuaciones y que otros factores no eran importantes, el fallo del modelo económico en cuanto a reproducir los datos en este sentido arrojaría serias dudas sobre nuestros resultados. Pero no encontramos que los shocks de tecnología de Solow fueran lo único importante. Estimamos que estos shocks de tecnología explican aproximadamente el 70 por 100 de las fluctuaciones del ciclo económico. Si los shocks de tecnología explican el 70 por 100, y otros shocks que son ortogonales a los shocks de tecnología explican el 30 por 100, la teoría implica una correlación entre la productividad laboral y el factor trabajo cercana a cero. Christiano y Eichenbaum (1990) han establecido esto formalmente en el caso en el que el otro shock sean las variaciones en el consumo público. Pero el resultado se cumple para cualquier shock que sea ortogonal a los shocks de tecnología de Solow. El hecho de que esta correlación entre nuestro modelo de economía y los datos reales difiera en la forma en que lo hace se suma a nuestra confianza en nuestros resultados.

La estimación de la contribución de los shocks de tecnología a los shocks agregados ha resultado ser robusta a diversas modificaciones en el modelo de economía. Por ejemplo, Greenwood, Hercowitz y Huffman (1988) permiten a la tasa de utilización del capital variar y afectar la tasa de depreciación, mientras todo el cambio tecnológico se recoge en nuevo capital; Danthine y Donaldson (1989) introducen una construcción de salario eficiente; Cooley y Hansen (1989) consideran una economía monetaria con una restricción de pago en efectivo por adelantado; y Ríos-Rull (1990) utiliza un modelo calibrado para ganancias del ciclo vital y comportamientos de consumo. King, Plosser y Rebelo (1988) introducen crecimiento. Comme y Greenwood (1990) tienen agentes heterogéneos con preferencias recursivas y asignaciones de equilibrio con riesgo. Benhabib, Rogerson y Wright (1990) incorporan producción doméstica. Hornstein (1990) considera las implicaciones de los rendimientos crecientes y la competencia monopolística. En ninguno de estos casos se altera significativamente la estimación de la contribución de los shocks de tecnología a las fluctuaciones agregadas.

5. Conclusiones

La econometría es por definición teoría económica cuantitativa, es decir, análisis económico que ofrece respuestas cuantitativas a cuestiones bien definidas. La metodología del análisis econométrico de equilibrio general se centra en torno a experimentos de computación. Estos experimentos proporcionan respuestas a las cuestiones planteadas en los modelos de economía cuyos elementos de equilibrio han sido computados. El modelo de economía seleccionado debe recoger cuantitativamente la capacidad y la disponibilidad de la gente para sustituir y los supuestos empleados que son relevantes para la cuestión. Basamos nuestra intuición económica cuantitativa en el resultado de estos experimentos.

Los enormes avances en la metodología econométrica durante los últimos veinticinco años han hecho posible aplicar plenamente el análisis econométrico

neoclásico al estudio de los ciclos económicos. Actualmente ya se han conseguido diversos resultados sorprendentes. Contrariamente a lo que virtualmente pensaba todo el mundo, incluyendo a los autores de este artículo, los shock de tecnología resultaron ser un contribuyente importante a las fluctuaciones del ciclo económico del periodo de posguerra en los Estados Unidos.

No todas las fluctuaciones son explicadas por los shocks de tecnología, y los shocks monetarios son un candidato firme para explicar una fracción significativa de las fluctuaciones agregadas no explicadas. La discusión sobre cómo incorporar los factores monetarios y crediticios en la estructura aún está abierta, con diferentes aspectos bajo exploración. Cuando se disponga de una teoría monetaria establecida, estamos seguros de que los métodos de equilibrio general se utilizarán desde un punto de vista econométrico para evaluar supuestos monetarios y crediticios alternativos.

Bibliografía

- ARROW, K. J., y DEBREU, G. (1954): «Existence of an equilibrium for a competitive economy», *Econometrica*, 22, n.º 3, 265-90.
- BENHABIB, J.; ROGERSON, R., y WRIGHT, R. (1990): Mimeograph. «Homework in macroeconomics I: Basic theory».
- BRUNNER, K. (1989): «The disarray in macroeconomics», en *Monetary economics in the 1980's*, ed. Forrest Capie and Geoffrey E. Wood, New York, MacMillan Press.
- CHRISTIANO, L. J., y EICHENBAUM, M. (1990): «Current real business cycle theories and aggregate labor market fluctuations», *Discussion Paper*, 24, Institute for Empirical Macroeconomics, Federal Reserve Bank of Minneapolis y University of Minnesota.
- COOLEY, T. F., y HANSEN, G. D. (1989): «The inflation tax in a real business cycle model», *American Economic Review*, 79, n.º 4, 733-48.
- DANTHINE, J.-P., y DONALDSON, J. B. (1988): «Efficiency wages and the real business cycle». Cahier, 8803, Department d'économetrie et d'économie politique, Université de Lausanne. Aparecerá publicado en *European Economic Review*.
- FRISCH, R. (1933): «Propagation problems and impulsive problems in dynamic economics», en *Economics Essays in Honour of Gustav Cassel*, London.
- FRISCH, R. (1970): «Econometrics in the world of today», en *Induction, growth and trade: Essays in honour of Sir Roy Harrod*, ed. W. A. Eltis, M. F. G. Scott y J. N. Wolfe, págs. 152-166, Oxford: Clarendon Press.
- GREENWOOD, J.; HERCOWITZ, Z., y HUFFMAN, G. W. (1988): «Investment, capacity utilization and the business cycle», *American Economic Review*, 78, junio, págs. 402-18.
- GOMME, P., y GREENWOOD, J. (1990): «On the cyclical allocation of risk», Research Department Working Paper 462, Federal Reserve Bank of Minneapolis.
- HARBERGER, A. C. (1962): «The incidence of the corporation income tax», *Journal of Political Economy*, 70, n.º 3, págs.: 215-240.
- HABERLER, G. (1949): «Discussion of the econometric approach to business fluctuations by Tjalling C. Koopmans», *American Economic Review*, 39, mayo, págs.: 84-88.
- HANSEN, G. D. (1985): «Indivisible labor and the business cycle», *Journal of Monetary Economics*, 16, n.º 3 págs.: 309-27.

- HICKS, J. R. (1939): *Value and Capital: An inquiry into some fundamental principles of economic theory*, Oxford, Clarendon Press.
- HORNSTEIN, A. (1990): «Monopolistic competition, increasing returns to scale and the importance of productivity changes», University of Western Ontario, Working Paper.
- IMROHOROGLU, A. (1990): «Cost of business cycles with indivisibilities and liquidity constraints», *Journal of Political Economy*, 97, diciembre, págs.: 1364-83.
- JOHANSEN, L. (1960): *A. Multi-sectorial Study of Economic Growth*, Amsterdam, North-Holland Publishing Company.
- KING, R. G.; PLOSSER, C. I., y REBELO, S. T. (1988): «Production, growth and business cycles II: new directions», *Journal of Monetary Economics*, 21, marzo-mayo, págs.: 241-309.
- KOOPMANS, T. C. (1949): «The econometric approach to business fluctuations», *American Economic Review*, 39, mayo, págs.: 64-72.
- KYDLAND, F. E., y PRESCOTT, E. C. (1982): «Time to build and aggregate fluctuations», *Econometrica*, 50, págs.: 1345-70.
- KYDLAND, F. E., y PRESCOTT, E. C. (1991): «Hours and employment variation in business cycle theory», *Economic Theory*, vol. 1, págs. 63-81.
- KYDLAND, F. E., y PRESCOTT, E. C. (1990): «Business cycles: real facts and a monetary myth», *Federal Reserve Bank of Minneapolis Quarterly Review*, primavera, págs.: 3-18.
- LINDAHL, E. (1929): «Prisbildningsproblemet's upplägning från kapitalteoretisk synpunkt. *Ekonomisk Tidskrift*, 31, págs.: 31-81. Traducción al inglés: «The place of capital in the theory of price», en *Studies in the theory of money and capital*, Erik Lindhal, págs: 269-350, New York: Farrar and Reinhart.
- LUCAS, R. E., Jr. (1987): *Models of business cycles*, Yrjö Jahnsson Lectures, Oxford y New York: Basil Blackwell.
- LUCAS, R. E., Jr., y RAPPING, L. A. (1989): «Real wages, employment and inflation», *Journal of Political Economy*, 77, septiembre-octubre, págs.: 721-754.
- LUCAS, R. E., Jr., y SARGENT, T. J. (1978): «After Keynesian macroeconomics», en *After the Phillips curve: persistence of high inflation and high unemployment*, págs.: 49-72. Conference Series n.º 18, Boston: Federal Reserve Bank of Boston.
- MCCALLUM, B. T. (1989): «Real business cycle models», en *Modern business cycle theories*, ed. R. J. Barro, págs.: 16-50, Boston: Harvard University Press.
- PRESCOTT, E. C. (1986): «Theory ahead of business cycle measurement», *Carnegie Rochester Conference Series on Public Policy* 25, págs.: 11-44.
- RIOS-RULL, J. V. (1990): «Life cycle economies and aggregate fluctuations». Versión preliminar, junio, Carnegie-Mellon University.
- ROGERSON, R. (1988): Indivisible labor, lotteries and equilibrium», *Journal of Monetary Economics*, 21, enero, págs.: 3-16.
- SAMUELSON, P. A. (1939): «Interaction between the multiplier analysis and the principle of acceleration», *Review of Economic and Statistics*, 29, mayo, págs.: 75-78.
- SCARF, H. (1973): *Computation of economic equilibria* (con la colaboración de T. Hansen), New Haven, Yale University Press.
- SCHUMPETER, J. (1933): «The common sense of econometrics», *Econometrica*, 1, enero, págs.: 5-12.
- SHOVEN, J. B., y WHALLEY, J. (1972): «A general equilibrium calculation of the effects of differential taxation of income from capital in the U.S.», *Journal of Public Economics*, 1, n.º 3-4, págs.: 281-321.
- SOLOW, R. M. (1956): «A contribution to the theory of economic growth», *Quarterly Journal of Economics*, 70, n.º 1, págs.: 65-94.
- SOLOW, R. M. (1957): «Technical change and the aggregate production function», *Review of Economics and Statistics*, 39, n.º 3, págs.: 312-20.

- SOLOW, R. M. (1970): «Growth theory: an exposition (The Radcliffe Lectures)», Oxford: Clarendon Press.
- STOKEY, N., y LUCAS, R. E., Jr., con PRESCOTT, E. C. (1989): *Recursive methods in economic dynamics*, Cambridge, Mass: Harvard University Press.
- TINBERGEN, J. (1935): «Annual survey: suggestions on quantitative business cycle theory», *Econometrica*, 3, julio, págs.: 241-308.
- WICKSELL, K. (1907): «Krisernas gåta Statsøkonomisk Tidskift», 21, págs: 255-70.